

2026 年《电磁学 H》期中考试卷

柱坐标散度：

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

球坐标散度：

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

数学积分：

$$\int_0^\pi \int_0^R \frac{r dr d\theta}{\sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos \theta}} = 2R$$

$$\int_0^R \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2} \sqrt{z^2 + r^2}} r dr = \arctan\left(\frac{R}{z}\right), \quad \text{但该结果对 } z = 0 \text{ 不适用。}$$

姓名：_____

学号：_____

1. (25 分) 一个均匀带电球，总电量为 q ，半径为 R ，介电常数为 ϵ_{r1} ；放置在无限大介质中，相对介电常数为 ϵ_{r2} ；求：(1) 带电球的自能 (10 分)；(2) 球内和球外的极化电荷体密度 (8 分)；(3) 球面和无限远处表面上的总极化电荷 (7 分)。

2. (25 分)

2.1. 一个半径为 R 的均匀介质球，相对介电常数为 ϵ_r ，放置在均匀电场 E_0 中，求：(1) 介质球的等效电偶极矩 (4 分)；(2) 球内和球外的电场强度 (4 分)；(3) 当 $\epsilon_r \rightarrow \infty$ 时，等效电偶极矩和球内外的电场强度 (2 分)。

2.2. 两个相同的带电介质球，半径为 R ，电量为 Q ，相对介电常数均为 ϵ_r ，两球球心之间的距离为 d ， $d \gg R$ ，近似到偶极矩为止，求：(4) 每个球的等效电偶极矩 (6 分)；(5) 两个球之间的相互作用力 (6 分)；(6) 当 $\epsilon_r \rightarrow \infty$ 时，两个球之间的作用力，并与两个点电荷模型 (电量均为 Q ，距离为 d) 之间库仑力比较，给出两种模型作用力的比值 (3 分)。

3. (25 分)

3.1 总电量为 Q 的电荷分布在一个半径为 R 的无限薄的导体圆盘上，假设电荷为均匀分布。(1) 证明均匀带电导体圆盘不是等势体 (提示：比较圆盘中心 O 点和边缘处 A 点的电势) (4 分)；(2) 在这种电荷分布下，则该带电圆盘的静电能为多少 (4 分)？(3) 导体圆盘的等效电容为多少 (3 分)？

3.2 带电量为 Q 的导体圆盘，实际电荷为不均匀分布，且已知电荷面密度分布为：

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2\sqrt{1 - (r/R)^2}}, \quad \text{这里 } \sigma_0 = \frac{Q}{\pi R^2}$$

(4) 该圆盘的电势为多少？等效电容为多少（5分）？(5) 该圆盘的静电能为多少（3分）？
(6) 该带电圆盘在轴线上 z 点处产生的电势为多少？（3分）；(7) 若该圆盘接地，在轴线上距离圆盘中心 O 为 z 处放置一个点电荷 q ，求导体圆盘上的感应电荷量（3分）。

4. (25分+附加分10分) 三个同心导体球面，半径分别为 a, b 和 c ， a 和 b 两个球面之间填充有导电介质，电导率为 σ_1 ，介电常数为 ε_1 ，均为常数； b 和 c 两个球面之间填充有导电材料，电导率为 $\sigma_2 = kr^2$ ， k 为常数，介电常数为 ε_2 。内球面 a 和外球面 c 接到一个外电源上，电源电压为 U ，系统已经达到稳定。求：(1) 总电阻和总电容（6分）；(2) 两个材料中的电场强度（6分）；(3) 两种材料中的电荷体密度（6分），(4) 三个球面上的自由电荷面密度（7分）；(5*附加题10分) 如果去掉电源（此时设为 $t = 0$ ），由于体电荷密度极小，可以忽略它的一切贡献；求两种材料中的电场强度随时间的变化关系。