

中国科学技术大学
2025—2026 学年第二学期期末考试试卷

考试科目: 电磁学 A 得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

题号	填空题	9	10	11	总分
得分					

一、填空题 (共 38 分)

1. (4 分) 写出真空中微分形式的麦克斯韦方程组。设电荷密度为 ρ , 电流密度为 $\vec{j}$ 。

2. (4 分) 当介质中的电磁场随时间变化时, 介质的极化状态和磁化状态也将随时间变化。请用电极化强度 $\vec{P}(\vec{r}, t)$ 和磁化强度 $\vec{M}(\vec{r}, t)$ 表示介质中的束缚电荷体密度和束缚电流体密度。

3. (4 分) 已知线圈 1、2 的自感系数分别为 L_1 和 L_2 , 二者之间的互感系数为 M 。

(1) 维持线圈 1 所载电流 I_1 不变, 在线圈 2 中从无到有建立电流 I_2 , 试问此过程中外界需要抵抗感应电动势做多大的功?

(2) 维持两线圈中的电流 I_1 和 I_2 不变, 并固定线圈 1 不动, 将线圈 2 无限缓慢地移动至无穷远处, 此过程中安培力做了多大的功?

4. (2 分) 半径为 R 、均匀带电 Q 、质量为 M 的均质薄球壳绕着过球心的一个轴以 ω 的角速度匀速转动。球壳的磁旋比 (即磁矩与相对于球心的角动量的大小之比) 等于多大?

5. (6 分) 半径为 R 的无限长螺线管通有电流 I , 单位长度的匝数为 n ,

(1) 写出螺线管内、外的磁矢势。

(2) 描述同一磁场的磁矢势可以相差一个规范变换, 是否可以通过规范函数的合适选取, 使得螺线管外的磁矢势处处为零? 简述理由。

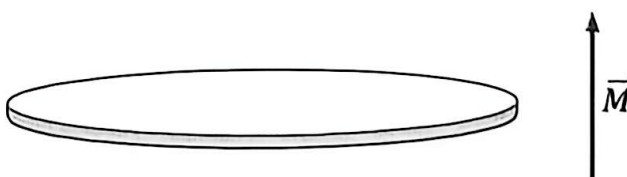
6. (4 分) 设有一块大块磁性介质, 介质内部磁感应强度为 $\vec{B}_0$, 因此对应的磁场强度满足 $\vec{H}_0 = \vec{B}_0/\mu_0 - \vec{M}$ 。现在该介质中挖出一个微小的柱形空腔, 空腔轴线与磁化强度 $\vec{M}$ 平行。分别就以下两种情形, 以 $\vec{B}_0$ 、磁化强度 $\vec{M}$ 为已知量, 写出空腔中心处的磁感应强度 $\vec{B}$; 再以 $\vec{H}_0$ 、 $\vec{M}$ 为已知量, 写出空腔中心处的磁场强度 $\vec{H}$ 。

(1) 细长的圆柱形空腔。

(2) 扁平的圆柱形空腔。

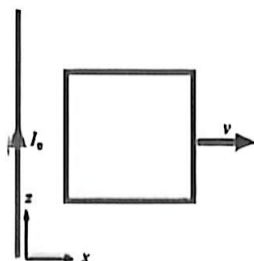


细长的柱形空腔



扁平的柱形空腔

7. (6分) 一边长为 L 、电阻为 R 的正方形导线圈，其两条边与载有电流 I_0 的长直导线平行，现将线圈以恒定的速度 v 拉离直导线，设长直导线与导线圈的距离为 x 。



(1) 试求感应电流 I 的大小和方向。

(2) 外界施加的力 F 的大小和方向。

(3) 外力 F 做功的功率。

8. (8分) 在玻璃 (相对介电常数 $\epsilon_r = 2.25$, 相对磁导率 $\mu_r = 1$) 中传播的单色平面波

$$\vec{E} = 2\hat{z} \cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda} + 4\pi \times 10^{15}t\right) \text{ V/m}, \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda} + 4\pi \times 10^{15}t\right) \text{ T}$$

(1) 该电磁波沿着什么方向传播?

(2) 写出磁感应强度振幅 $\vec{B}_0$ 的具体表达式 (大小、方向)。

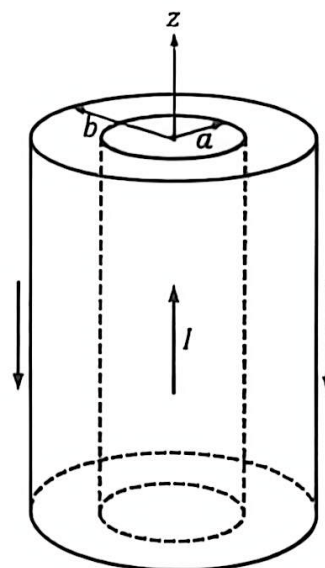
(3) 写出电磁波的波长。

(4) 写出位移电流密度 $\vec{J}_D$ 的表达式。

二、计算题 (62 分)

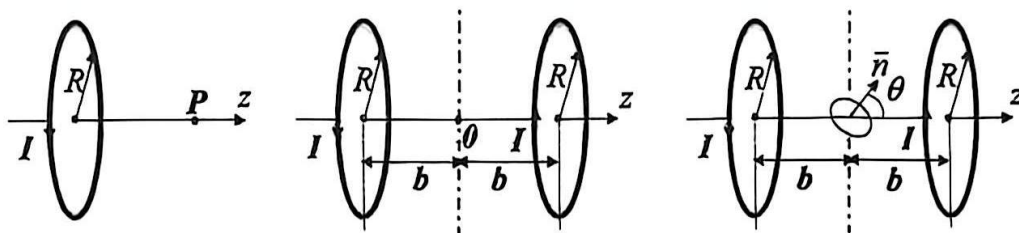
9. (12 分, 每小题 4 分) 同轴电缆的内导体是半径为 a 的实心圆柱, 外导体是半径为 b 的薄圆柱面, 其厚度可以忽略不计, 内外导体沿轴线方向通有等量反向的电流 I , 电流均匀分布。已知导体的磁导率为 μ_0 , 忽略边缘效应。

- (1) 求各区域的磁感应强度。
- (2) 求同轴电缆单位长度的自感系数。
- (3) 若维持电流为常数, 而将外圆筒半径变为 $2b$, 此过程中磁场做了多大的功? 电源提供了多少能量?



10. (25 分, 每小题 5 分) 1849 年亥姆霍兹提出了用两个电流方向相同的线圈同轴放置, 两圆线圈距离等于圆线圈半径的情况下可以在中心点附近产生近似均匀的磁场。无独有偶, 1873 年麦克斯韦提出了另一种设计, 两个线圈电流方向相反, 可以在中心处产生一个随 z 线性变化的梯度磁场, 称为梯度线圈 (Gradient-field Maxwell coil), 梯度线圈已广泛应用于核磁共振医学成像、超导量子干涉仪、粒子加速器与束流诊断等研究中。

- (1) 一个半径为 R , 电流强度为 I 的细圆线圈, 其中心对称轴为 z 轴, 求 z 轴上的磁感应强度; 并给出 $z = 0$ 处的磁感应强度。
- (2) 梯度线圈由两个相同的线圈同轴放置, 半径均为 R , 电流强度均为 I , 方向相反, 距离为 $2b$, 轴线为 z 轴, $z = 0$ 为两线圈轴线的中点, 求 $z = 0$ 附近磁感应强度 B_z 的一阶近似值。
- (3) $z = 0$ 附近磁感应强度 B_r 的一阶近似值。
- (4) 若梯度线圈的电流 $I = kt$, $k > 0$ 为常数, 求 $z = 0$ 附近处的涡旋电场。
- (5) 若在 $z = 0$ 处放置一个半径为 a ($a \ll b, R$) 的小线圈, 该线圈的法线与 z 轴成 θ 角, 求小线圈与两个大线圈 (作为一个整体) 之间的互感系数。



11. (25 分, 每小题 5 分)

- (1) 一个半径为 R 、磁化强度为 $\vec{M}$ (方向沿 z 轴方向)的磁介质球, 求球表面的磁化电流面密度, 球内和球外的磁感应强度 (假设球内磁场 $\vec{B}_1$ 是均匀的, 球外磁场 $\vec{B}_2$ 等效于一个球心处的磁偶极子场)。
- (2) 一个相对磁导率为 μ_r 的磁介质球, 放置在均匀外磁场 B_0 中, 磁场方向沿 z 轴。求球内外的磁感应强度和等效磁矩。
- (3) 讨论 $\mu_r > 1$ 、 $\mu_r < 1$ 、 $\mu_r = 0$ 和 $\mu_r \rightarrow \infty$ 这四种情况下球内的 B 和 H , 并与 B_0 和 H_0 比较。
- (4) 一个螺线管长度为 L , 半径为 $a (\ll L)$, 单位长度匝数 n , 每匝电流为 I 。如果把一个半径为 $R (\ll a, L)$ 、质量为 m_0 的磁介质球 ($\mu_r < 1$) 放置在距离这个螺线管一端很远处 (可以认为是无限远处)。磁介质球很小 (螺线管边缘效应的磁场, 本身为非均匀磁场, 但 $R \ll$ 磁场的非均匀度), 该小球位于螺线管轴线上。初始时刻给小球向螺线管方向多大速度 v_c (称为临界速度), 则小球可以穿过整个螺旋管?
- (5) 如果小球的初速度只有临界速度为 $1/10$, 则小球到达螺线管外部什么位置将折返到无限远处? (此时可以认为螺线管在外部的磁场等效于一个磁矩)

