可能用到的常数：$R = 8.31\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$；$N_A = 6.02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$；$1\ \mathrm{atm} = 1.01 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$；单原子分子$C_{V,m} = \frac{3}{2}R$；双原子分子$C_{V,m} = \frac{5}{2}R$

一、选择题（共 15 分，每题 3 分）

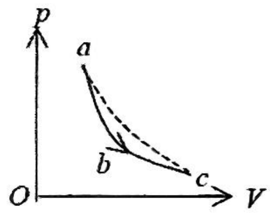
1. 在下列说法：
(1) 可逆过程一定是准静态过程。
(2) 准静态过程一定是可逆的。
(3) 不可逆过程一定是非准静态过程。
(4) 非准静态过程一定是不可逆的。
中，哪些是正确的？
A. (1)、(4)
B. (2)、(3)
C. (1)、(2)、(3)、(4)
D. (1)、(3)

2. 分别处于绝热容器两侧（中间有隔板）的两种不同种类的理想气体，抽去隔板混合前后（说明：S为熵，U为热力学内能，H为焓）：
A. $\Delta S = 0$、$\Delta U = 0$
B. $\Delta H > 0$、$\Delta U = 0$
C. $\Delta S = 0$、$\Delta H = 0$
D. $\Delta S > 0$、$\Delta U = 0$

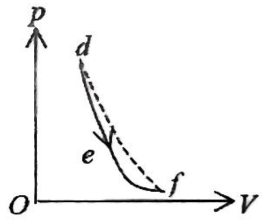
3. 在克拉珀龙方程中，当体积差$V_1 - V_2 \to 0$时，意味着：
A. 相变潜热趋于零；
B. 相变压力对温度的敏感性趋于无限大；
C. 系统不能发生相变；
D. 化学势差为零。

4. 在标准状态下，若氧气（视为刚性双原子分子的理想气体）和氦气的体积比$V_1/V_2 = 1/2$，则其内能之比U_1/U_2为：
A. $3/10$
B. $1/2$
C. $5/6$
D. $5/3$

5. 一定量的理想气体，分别经历如图（1）所示的abc过程（图中虚线ac为等温线），和图（2）所示的def过程（图中虚线df为绝热线）。请判断这两种过程是吸热还是放热。
A. abc过程吸热，def过程放热；
B. abc过程放热，def过程吸热；



图（1）



图（2）

C. abc过程和def过程都吸热；
D. abc过程和def过程都放热。

二、简答题（共 15 分，每题 5 分）

1. 热力学第二定律的推论告诉我们在无穷小可逆过程中系统吸热和熵变有关系：$\mathrm{d}S = đQ/T$，但在实际中我们发现气体的绝热自由膨胀总是一个熵增的过程，请解释原因。

2. 家用冰箱常用蒸汽压缩式制冷机实现制冷，蒸汽压缩式制冷机通常包括压缩机、冷凝器、节流阀、蒸发器四个部分，请结合节流过程简述其制冷原理。

3. 从微观角度看为什么实际气体的宏观性质和理想气体有差别？

三、计算题与证明题（共 70 分）

1.（15 分）考虑潮湿空气在大气层中上升的问题。地面上有一团潮湿空气，其温度$T_0 = 300\ \mathrm{K}$，压强p_0为一个大气压，水蒸气的摩尔百分比为x。把此气体当成是理想气体，其摩尔质量为m，等压热容和等容热容的比值为$\gamma = 5/3$。在同等条件下，潮湿空气的密度低于干燥空气，因此潮湿空气会上升。假设气体上升过程是绝热的，且不考虑水蒸气凝结成水，求此气体的压强和温度随高度的变化。

2.（14 分）一块隔板将体积V的绝热容器分为体积相等的两个部分，容器的左半部装有温度为T的$1\ \mathrm{mol}$范德瓦尔斯气体，它的定容比热C_V是常数；右半部为真空。当抽去隔板后，气体膨胀，充满整个容器，试求：
(1) 气体内能的变化ΔU；
(2) 气体温度的变化ΔT，并从物理上解释温度变化的来源；
(3) 气体熵的变化ΔS。

3.（14 分）有一个暖气装置，用一个热机带动一个制冷机，制冷机从河水中吸热来加热暖气中的水。同时这暖气中的水又作为热机的低温热源。热机的高温热源（用燃烧煤炭释放的热量维持温度）的温度为$T_1 = 327\ ℃$，河水温度为$T_3 = 17\ ℃$，暖气系统中的水温维持$T_2 = 57\ ℃$。设热机和制冷机都以理想气体为工作物质，分别以可逆卡诺循环和卡诺逆循环工作，那么每燃烧$1\ \mathrm{kg}$的煤可以给暖气系统中的水提供多少热量？这些热量是煤燃烧所发热量的几倍？（煤的燃烧值为$3.34 \times 10^7\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$）

4.（15 分）室温下一定量理想气体氧气的体积为$2.5\ \mathrm{L}$，压强为$1\ \mathrm{atm}$，经过一多方过程后体积变为$3.5\ \mathrm{L}$，压强为$0.5\ \mathrm{atm}$，求：
(1) 多方指数n；
(2) 内能的变化；
(3) 吸收的热量；
(4) 氧气膨胀时外界对系统所做的功。

5.（12 分）：
(1) 请写出理想气体的麦克斯韦速率分布律，并说明其物理意义；

(2) 分子动能$\varepsilon_k=\frac{1}{2}mv^2$的分布律；

(3) 求出分子的最可几动能（即出现概率最大）。

2025 春季《热学 B》期末试卷答案

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. A　2. D　3. B　4. C　5. A

二、简答题（每题 5 分，共 15 分）

1. 答：系统吸热和熵变关系：$\mathrm{d}S=\text{đ}Q/T$仅对（理想的）可逆热力学过程成立，此时系统若经绝热过程（$\text{đ}Q=0$）演化则熵不变（2 分）。
实际发生的热力学过程均为不可逆过程，对不可逆过程热力学第二定律的推论告诉我们此时有$\mathrm{d}S>\text{đ}Q/T$，系统若经绝热过程（$\text{đ}Q=0$）演化则熵增加，气体的绝热自由膨胀就是一个例子（3 分）。

2. 答：压缩机由外界做功将制冷剂（或称制冷气体）压缩成高温高压的气体（1 分）；冷凝器将高温高压的气体变为中温高压的液态制冷剂（1 分）；制冷剂通过节流阀，经过绝热节流膨胀变为低温低压的液体（2 分）；最后蒸发器让低温低压的制冷剂液体吸热，达到制冷效果（1 分）。

3. 答：气体由大量做无规则热运动的分子构成（2 分），实际气体分子之间存在着相互作用的引力和斥力，而理想气体模型忽略了气体分子之间的作用力以及分子本身的体积，因此在宏观性质上，它们存在差别（3 分）。

三、计算与证明题（共 70 分）

1.（15 分）解：底面积为A、高度在z至$z+\Delta z$处的潮湿空气力学平衡方程为：

$$\big(p(z)-p(z+\Delta z)\big)A=\nu mg\Rightarrow\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}A\Delta z=-\nu mg\qquad\text{（3 分）}$$

于是有：

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}=-\frac{\nu}{A\Delta z}mg=-\frac{p}{RT}mg\Rightarrow\frac{\mathrm{d}p}{p}=-\frac{mg}{RT}\mathrm{d}z\qquad\text{（2 分）}$$

对绝热过程有：

$$p^{1-\gamma}T^{\gamma}\equiv\mathrm{Const.}\qquad\text{（2 分）}$$

则有：

$$(1-\gamma)p^{-\gamma}T^{\gamma}\,\mathrm{d}p+\gamma p^{1-\gamma}T^{\gamma-1}\,\mathrm{d}T=0$$

$$\Rightarrow(\gamma-1)\frac{\mathrm{d}p}{p}=\gamma\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$\Longrightarrow -\frac{mg}{RT}\mathrm{d}z = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$\Longrightarrow \mathrm{d}T = -\frac{(\gamma-1)mg}{\gamma R}\mathrm{d}z$$

两边积分可得：

$$T(z) = T_0 - \frac{(1-\gamma^{-1})mg}{R}z \qquad (4\text{ 分})$$

带入到上面关于压强的公式，有：

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{mg}{RT_0-(1-\gamma^{-1})mgz}\mathrm{d}z = -\frac{1}{f-(1-\gamma^{-1})z}\mathrm{d}z = \frac{\mathrm{d}\ln\left(f-(1-\gamma^{-1})z\right)}{(1-\gamma^{-1})} \qquad (2\text{ 分})$$

其中$f = RT_0/mg$。两边积分可得：

$$\ln\frac{p}{p_0} = \frac{1}{(1-\gamma^{-1})}\ln\frac{f-(1-\gamma^{-1})z}{f} = \frac{1}{(1-\gamma^{-1})}\ln\left(1-\frac{(1-\gamma^{-1})mgz}{RT_0}\right)$$

即：

$$p = p_0\left(1-\frac{(1-\gamma^{-1})mgz}{RT_0}\right)^{\frac{1}{1-\gamma^{-1}}} \qquad (2\text{ 分})$$

2.（14 分）解：(1) 自由膨胀气体对外不做功，绝热过程与外界也没有热量交换。所以，自由膨胀气体的内能变化为零。 （3 分）

(2) 根据内能表达式有：

$$\mathrm{d}U = C_V\,\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\mathrm{d}V = C_V\,\mathrm{d}T + T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\mathrm{d}V - P\,\mathrm{d}V \qquad (2\text{ 分})$$

代入范德瓦尔斯气体表达式，有：

$$C_V\,\mathrm{d}T = -T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\mathrm{d}V + P\,\mathrm{d}V$$

对上式积分有：$\Delta T = -\frac{a}{C_V V}$ （2 分）

自由膨胀气体分子间距变大，分子的引力势能变大。这样，为了保持内能不变，动能要减小，所以温度降低。 （2 分）

(3) 气体熵变表达式为：

$$T\,\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + P\,\mathrm{d}V = C_V\,\mathrm{d}T + T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\mathrm{d}V = C_V\,\mathrm{d}T + \frac{RT}{V-b}\mathrm{d}V \qquad (3\text{ 分})$$

对上式积分有：$S = C_V\ln\frac{T-\frac{a}{C_V V}}{T} + R\ln\frac{V-b}{V/2-b}$ （2 分）

注：题干未直接给出范德瓦尔斯修正系数a, b，按往年题经验，修正系数a, b默认可以直接假设并在最终答案中使用。

3.（14 分）解：由题意有$T_1 = 600\ \mathrm{K}$，$T_2 = 330\ \mathrm{K}$，$T_3 = 290\ \mathrm{K}$。

燃烧$1\ \mathrm{kg}$煤可以给热机提供$Q_1 = 3.34\times10^7\ \mathrm{J}$热量。

热机效率为：

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (2\text{ 分})$$

则热机对外做功：

$W=\eta Q_1$ (2 分)

热机对低温热源（暖气系统中的水）放热:

$Q_2=Q_1-W=\frac{T_2}{T_1}Q_1$ (2 分)

制冷机的制冷系数为:

$\varepsilon=\frac{T_3}{T_2-T_3}$ (2 分)

用热机输出的功驱动制冷机，则制冷机对暖气中的水提供热量:

$Q_1'=Q_2'+W=(1+\varepsilon)W=\frac{(T_1-T_2)T_2}{T_1(T_2-T_3)}$ (2 分)

注：Q_2'指河水向热机输入的热量。

则暖气系统中的水得到的总热量为:

$Q=Q_2+Q_1'=\left(\frac{T_2}{T_1}+\frac{(T_1-T_2)T_2}{T_1(T_2-T_3)}\right)Q_1=1.42\times10^8\ \mathrm{J}$ (2 分)

这一热量是1 kg煤燃烧释放热量的$\frac{1.42\times10^8}{3.34\times10^7}=4.25$倍。 (2 分)

4.（15 分）解：(1) 对于多方过程:

$p_1V_1^n=p_2V_2^n=C$ (2 分)

两边取对数:

$\ln p_1+n\ln V_1=\ln p_2+n\ln V_2$ (1 分)

$n=\frac{\ln p_2-\ln p_1}{\ln V_1-\ln V_2}=\frac{\ln\frac{p_2}{p_1}}{\ln\frac{V_1}{V_2}}=\frac{\ln 0.5}{\ln\frac{2.5}{3.5}}=2.06$ (1 分)

(2) 理想气体内能只与温度有关:

$\mathrm{d}U=C_V\,\mathrm{d}T=\nu C_{V,m}\,\mathrm{d}T$ (1 分)

$\Delta U=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)$

室温下双原子分子$C_{V,m}=\frac{5}{2}R$,

$\Delta U=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$

$=\frac{5}{2}\times(0.5\ \mathrm{atm}\times3.5\ \mathrm{L}-1\ \mathrm{atm}\times2.5\ \mathrm{L})\times1.01325\times10^5\ \mathrm{Pa\cdot atm^{-1}}10^{-3}\mathrm{m^3\cdot L^{-1}}$

$=-80.5\ \mathrm{J}$ 注：答案有误，应为$-189.4\ \mathrm{J}$。 (2 分)

(3) 设此多方过程的热容量为C,

$C=\left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_n=\frac{\mathrm{d}U+p\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T}+\frac{p\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}=C_V+\frac{p\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}$ (2 分)

由多方过程:

$pV^n=\mathrm{Const.}\Rightarrow V^n\,\mathrm{d}p+pnV^{n-1}\,\mathrm{d}V=0$

$\Rightarrow\frac{\mathrm{d}p}{p}=-\frac{n}{V}\mathrm{d}V$ (2 分)

由理想气体状态方程:

$pV=\nu RT \Longrightarrow V\,\mathrm{d}p+p\,\mathrm{d}V=\nu R\,\mathrm{d}T$

同除以状态方程，得：

$\frac{\mathrm{d}p}{p}+\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}T}{T} \Longrightarrow \frac{(1-n)\,\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}T}{T} \Longrightarrow \frac{p\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}=\frac{pV}{T(1-n)}=\frac{\nu R}{1-n}$ （2 分）

气体在此多方过程中吸热：

$Q=C\Delta T=\left(C_V+\frac{\nu R}{1-n}\right)(T_2-T_1)=\left(\frac{5}{2}\nu R+\frac{\nu R}{1-n}\right)(T_2-T_1)$

$=\left(2.5+\frac{1}{1-2.06}\right)(p_2V_2-p_1V_1)=-118.3\,\mathrm{J}$ （1 分）

系统放热。

(4) 外界对气体做功：

$W=\Delta Q-U=37.8\,\mathrm{J}$ 注：答案有误，应为71.1 J。 （1 分）

注：此题第(3)(4)问解法很绕。简单得多也是更常见的解法是先对$W=-p\,\mathrm{d}V$积分求出做功W，再通过$W=\Delta Q-U$求出吸热Q。

注：此题的标准答案求解过程仅适用于可逆过程，但理想气体多方过程不一定可逆，且题干没有说明该过程是可逆的。若不可逆，题干给出的条件则不足以求解，因而为应试只能视之为可逆过程。

5.（12 分）解：(1) 理想气体的麦克斯韦速率分布律为：

$f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$ （2 分）

其物理意义为处于平衡态的理想气体中速率在v附近单位速率间隔内的分子数占总的分子数比例。 （2 分）

(2) 由$\frac{\mathrm{d}N}{N}=f(v)\,\mathrm{d}v=h(\varepsilon_k)\,\mathrm{d}\varepsilon_k$可得： （2 分）

$$h(\varepsilon_k)=f(v)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\varepsilon_k}=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\frac{\mathrm{d}\sqrt{\frac{2\varepsilon_k}{m}}}{\mathrm{d}\varepsilon_k}$$

$$=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}\frac{2\varepsilon_k}{m}\frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon_k}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\varepsilon_k}e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}$$ （2 分）

(3) 由$\frac{\mathrm{d}h(\varepsilon_k)}{\mathrm{d}\varepsilon_k}=0$可得： （2 分）

$\frac{1}{2}\varepsilon_k^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}-\frac{1}{kT}e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}\varepsilon_k^{\frac{1}{2}}=0$ （1 分）

可得平动动能的最概然值ε_{kp}：

$\varepsilon_{kp}=\frac{1}{2}kT$ （1 分）