

zw/yxc-QM-25fall

2026 年 1 月 13 日

注: $\hbar\alpha$ 回忆版, 很可能存在错漏

1.

$$\hat{\mathcal{H}} = J \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = \sum_i \psi_i |i\rangle$$

- (a) 定性画出基态, 第一激发态分布 ψ_i 示意图
- (b) 基态能量

2.

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_{at}\sigma_z + \hbar\Omega(\hat{a}^\dagger + \hat{a})\sigma_x$$

微扰法求 (a) 二阶的本征能量、(b) 一阶的本征波函数

3. 令 $\{\hat{A}, \hat{\mathcal{H}}\} = 0$, 说明此时 $\hat{\mathcal{H}}$ 的能谱分布的特点

4.

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} - A(x) \right)^2 + \Omega\sigma_x; A(x) = \hbar k_1 \sigma_z$$

- (a) 求规范变换 $\hat{U}(x)$ 消去 A
- (b) 求此时的 $\hat{\mathcal{H}}'$ (矩阵)

5.

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & -a \leq x \leq a \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

- (a) 势阱内外薛定谔方程以及对应通解
 - (b) $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 入射粒子的 S^P 矩阵, 以及奇宇称束缚态的条件。
 - (c) 三维势阱 $V(x) = \begin{cases} -V_0, & r \leq a \\ 0, & otherwise \end{cases}$, 入射能量很小时, 求 $l=0$ 对应 s 分波的散射态函数
6. (a) 证明 P_{21} 本征值为 ± 1 , 求 $N = 2$ 及普遍 N 时的 \hat{S}, \hat{A} 算符
- (b) 自旋 $1/2$ 的三个全同粒子, 用 $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ 表示完全对称态, 证明对应总自旋 $S=3/2$ 。对 $S=1/2$ 证明为混合对称, 不存在完全反对称态。
- (c) N 个在一维谐振子势阱中的自旋 $1/2$ 的全同费米子。求基态能量、费米能。