

2025秋天体物理概论期末考试

注意事项:

1. 开卷考试，分为选择题、简答题和计算题三个部分；
2. 试卷为回忆版，其中选择题部分过于繁多，仅回忆了基本考点，为复习提供参考。

一、选择题（每小题 3 分，共 17 题）

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. 星际介质 | 10. 宇宙学模型 |
| 2. 恒星内的核聚变反应 | 11. 望远镜 |
| 3. 星系团中成分按质量大小排序 | 12. 星际间尘埃 |
| 4. 恒星最终的残骸 | 13. 信噪比 |
| 5. Hubble 序列 | 14. 宇宙学观测结果 |
| 6. 椭圆星系 | 15. SZ 效应，光变周期 |
| 7. 旋涡星系 | 16. 密度与温度随尺度因子的演化 |
| 8. 观测 | 17. 恒星演化 |
| 9. 暗物质 | |

二、简答题（每小题 4 分，共 4 题）

1. 简述太阳的一生。
2. 写出恒星结构的四个方程，并解释其物理含义。（注意区分辐射和对流）
3. 简述宇宙距离阶梯的原理，以三角测距法、造父变星、Ia 型超新星为例。
4. 写出探测系外行星的三个方法，并简单解释其原理。

三、解答题（共 3 题，每小问 3-5 分）

5. 考虑一个球状星云塌缩，质量为 $2 \times 10^6 M_{\odot}$ ，分裂后的恒星质量为 $0.1 M_{\odot} \sim 20 M_{\odot}$ 。恒星的初始质量函数 (initial mass function) 为 $\frac{dN}{dM} = a \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5}$ 。

(1) 计算归一化系数 a ；

(2) 若某一时刻所有恒星均处于主序星阶段，且满足光度-质量关系 $L \propto M^4$ ，求此时的总光度（用 L_{\odot} 表示），并计算质量超过 $5 M_{\odot}$ 的恒星的光度占总光度的比例；

(3) 假设恒星的寿命满足 $t \propto M^{-2}$ ，且太阳的质量为 10 Gyr ，求 1 Gyr 时，主序星中质量最大的恒星的质量，并计算此时的总光度。

6. 考虑一个本星系群 (local group)，假设星系群的质量 M 全部集中到质点上，星系群中的星系均无质量且星系之间无相互作用， $t = 0$ 时星系从星系群质点被抛出。

(1) 若星系有负质量 E ，证明星系的运动方程可以用参数 θ 表示为：

$$r = \frac{GM}{-2E}(1 - \cos \theta), \quad t = \frac{GM}{(-2E)^{3/2}}(\theta - \sin \theta).$$

(2) 描述星系群的形状大小可以选择很多物理量作为参考，其中一个可选择的物理量就是星系的速度为零的曲线，试证明零速度面的半径可以写为：

$$r_0 = \left(\frac{8GMt^2}{\pi^2} \right)^{1/3}.$$

7. 标准宇宙学模型下, Friedmann 方程可以写为:

$$\left\{ \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_{\text{rel}} + \rho_\Lambda) \right\} R^2 = -\kappa c.$$

(1) 写出质量、辐射和暗能量的能量密度 $\rho_m, \rho_{\text{rel}}, \rho_\Lambda$ 随尺度因子 R 的演化, 并说明宇宙为什么会有不同组分主导的时期;

(2) 设宇宙学红移为 z , 利用 Friedmann 方程证明:

$$H = H_0(1+z) \left[\Omega_{m,0}(1+z) + \Omega_{\text{rel},0}(1+z)^2 + \frac{\Omega_{\Lambda,0}}{(1+z)^2} + 1 - \Omega_0 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

(3) 已知尺度因子对时间的二阶导数满足如下方程:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} R \left[\rho_m + \rho_{\text{rel}} + \rho_\Lambda + \frac{3(P_m + P_{\text{rel}} + P_\Lambda)}{c^2} \right].$$

计算减速因子 q .

(4) 利用上述结果计算 q 在 $z = 1$ 时的大小, 并说明计算结果与当前宇宙减速因子的符号是否相同? 为什么?