

中国科学技术大学

2023-2024 学年第二学期期末考试试卷

考试科目：高等量子力学

1.

- (1) 简述正则量子化方案的基本步骤。
- (2) 为什么该方案通常需要在位形空间中使用，而非在一般的坐标空间？举例说明在一般的坐标空间中使用时所可能遇到的问题。
- (3) 将该方案实施于相对论性的多粒子系统，所遇到的主要障碍是什么？
- (4) 如果是被用于同一种类的全同粒子系统，请问是否可以克服上述主要障碍？克服的方法是什么？

2. 考虑处于某个混和态的整体系统（以几率 p_i 处于状态 $|\psi_i\rangle$ ）。

- (1) 写出该混和态的密度矩阵表示。根据什么样的数学性质，人们通常认为该密度矩阵给出了上述混和态的一个数学描述。
- (2) 对于上述系统的一个子系统 S ，写出子系统约化密度矩阵 ρ^S 的定义。
- (3) 举例说明，某些状态之间的相干性，可以由约化密度矩阵的非对角项来描述。
- (4) 在什么情况下可以对子系统的约化密度矩阵等效地给出混和态诠释？

3. 考虑两个电子所组成的系统，假设他们的空间波函数与自旋波函数是可以分离的，即总波函数为 $\Psi = \Phi_{\text{空间}} \Phi_{\text{自旋}}$ 。每个电子的自旋波函数用泡利的二分量旋量描述。两个电子的自旋一个向上、一个向下，而空间波函数都是 $\psi(\mathbf{x})$ 。

- (1) 如果已知两个电子的空间波函数是**对称的**，而自旋波函数是**反对称的**，请写出**总体波函数 Ψ** 。
 - (2) 假设**单个电子**的哈密顿量是 $h = h_0 + V_0(\mathbf{x})$ ，其中， $h_0 = \mathbf{p}^2/2m$ 是动能，而 $V_0(\mathbf{x})$ 是外势。**不考虑电子之间的相互作用**。利用 (1) 中所得到的波函数，写出**总能量的期待值**的表示式。
 - (3) 在**粒子数表象中**，写出上述两个电子的**总体状态**。
 - (4) 利用**二次量子化**所给出的、**粒子数表象中的哈密顿算子**，写出**总能量的期待值表示式**。
 - (5) **证明** (2) 与 (4) 中的能量期待值的表示式是等价的。
-

4. 在手征表象中，完成下述任务。

- (1) 利用 $S^{\mu\nu}$ 的 γ^μ 表示式，推导**自旋角动量算子**的具体表示式。
- (2) 在“静止”参照系中，推导**自由狄拉克方程的正能量解**。