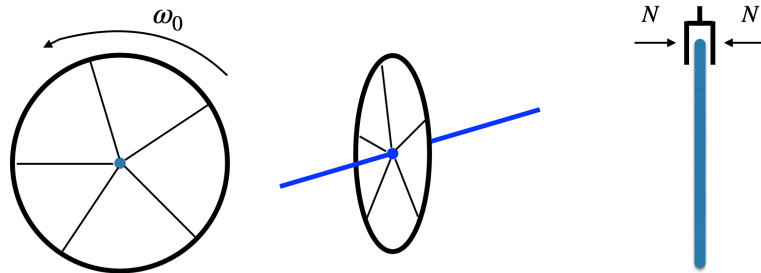


# 力学A(L) PHYS1001AL.02期中考试

2024年11月5日

卷I 9:45 - 11:15

1. (15分) 如图所示，一个刚性圆形车轮，半径为  $R$ ，质量为  $m$  且均匀分布。轮轨本身的直径可忽略，近似为一线形轮。轮中心有可光滑转动的轴承。轮轨与轮中心轴承之间用刚性辐条连接，辐条质量可忽略。轮轨上有一刹车片。刹车时，刹车片从车轮两侧挤压轮轨，各产生一个垂直于车轮所在平面，指向轮轨方向的力。两侧挤压力大小相同，单侧压力为  $N$ 。当车轮线速度较快  $v \geq v_0$  时，刹车片与车轮之间的摩擦系数与  $v$  成正比，比例系数为  $\alpha$ ；当车轮速度较慢  $v \leq v_0$  时，摩擦系数为定值  $v_0\alpha$ 。初始时，车轮转动角速度为  $\omega_0$ ，且无主动力。某时刻刹车，求多长时间后车轮停止。可用已知参数： $R$ 、 $v_0$ 、 $N$ 、 $\alpha$ 、 $\omega_0$ 。



第1题图

2. (10分) 一立方体物块，质量为  $M$ ，横截面面积为  $S$ 。在空气中沿着垂直于横截面的方向运动。空气中单位体积分子数为  $n$ ，每个分子质量为  $m$ 。物块与空气分子的碰撞视为弹性碰撞。忽略空气分子本身的随机运动速度，忽略立方体侧面与空气分子的相互作用，忽略空气分子之间的相互作用。求证：当  $M \gg m$  时，立方体所受空气阻力大小与其速度的平方成正比，并求比例系数。

3. (15分) 给定  $S$ 、 $S'$  两个惯性参考系，其中  $S'$  相对于  $S$  以  $v_0$  匀速运动。一束光子沿着  $v_0$  的方向运动。在  $S$  参考系中，测量光子束得到的光速为  $v_c$ ；在  $S'$  参考系中，测量光子束得到的光速为  $v'_c$ 。数值上  $v_0 < v'_c < v_c$ 。两次实验测量相互独立。在  $S$ 、 $S'$  系测量误差分别为  $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$ 。假设实验误差估计足够保守，即真实光速100%概率处于测量值 $\pm\Delta$ 的范围内。若自然界存在比光速更快的速度，求该速度的上限。可用已知参数： $v_0$ 、 $v_c$ 、 $v'_c$ 、 $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$ 。注：本题目中依然承认牛顿第一定律。要求根据题意求出严格速度上限，不要耍“因为 $a < b$ ，所以对于任意 $c > b$ ， $c$ 都可以在逻辑上认为是 $a$ 的上限”的花样。

4. (10分) 定义作用量：

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), \dot{x}(t)) dt$$

给定  $t_1$  时刻的坐标  $x(t = t_1)$  和  $t_2$  时刻的坐标  $x(t = t_2)$ 。求  $I$  取极值所对应的演化方程。

5. (10分) 一艘无主动力飞船，总质量为  $M$ ，以圆轨道匀速绕行星球飞行。星球质量为  $M_E$ 。轨道半径为  $R$ 。星球半径为  $R_0 < R$ 。某时刻，飞船在其运动所在的直线上抛射出一个子舱，质量为  $m$ 。抛射能量有限，子舱和飞船在抛射后的速度方向与原速度方向依然同向。抛射后，飞船与子舱依然处于无主动力状态。随后，子舱以相切的方式在星球表面降落。求抛射后瞬间飞船的速度。万有引力常数为  $G$ 。可用已知参数： $M$ 、 $M_E$ 、 $m$ 、 $R$ 、 $R_0$ 、 $G$ 。

6. (10分) 求  $y = \sin x$  在  $x = [0, \frac{\pi}{2}]$  区间内任意  $x$  处的曲率半径。