

# 中国科学技术大学物理学院

## 2020~2021 学年第 2 学期考试试卷

课程名称: 热力学与统计物理 (A)

课程代码: \_\_\_\_\_

开课院系: 物理学院考试形式: 闭卷

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						
阅卷人						

- 一、把  $\text{CO}_2$  和空气当成两种不同的理想气体, 由  $N_1$  摩尔  $\text{CO}_2$  和  $N_2$  摩尔的空气组成的混合气体的 Gibbs 自由能为

$$G(T, p, N_1, N_2) = N[x_1\mu_1(T, p, x_1) + x_2\mu_2(T, p, x_2)],$$

其中  $N = N_1 + N_2$  为混合气体的总摩尔数,  $x_i = N_i/N$  和  $\mu_i$  分别是混合后第  $i$  种气体的摩尔比例和化学势,

$$\mu_i(T, p, x_i) = \phi_i(T) + RT \ln p + RT \ln x_i,$$

$\phi_i$  为只依赖于温度的函数。保持温度和压强不变, 通过某种方法把  $\text{CO}_2$  和空气分离出来。

1. 求分离前后总体积的改变。
2. 求分离前后熵改变量。
3. 求分离前后 Gibbs 自由能的改变量。
4. 判断这种分离是否可以自发实现。



二、 1 摩尔 van der Waals 气体的状态方程为

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

其中  $p, V, T$  分别是压强、体积、温度,  $a, b$  则是两个大于零的常数,  $R$  为理想气体常数。

1. 某理想 Carnot 热机此气体为工作物质, 工作于  $T_1$  热源和  $T_2$  的冷源之间。请在  $p - V$  图上大体画出工作过程。
2. 同上, 在和  $T_1$  热源接触时, 气体体积从  $V_1$  膨胀到  $V_2$ , 求这一过程吸热  $Q_1$ 。
3. 求每经过一个循环的热机做功  $W$ 。

### 三、 黑体辐射可以看成是处于平衡态下的光子气体。

1. 从电动力学可以得到黑体辐射能量  $U(T, V) = u(T)V$ ，并且压强  $p = u(T)/3$ 。其中  $T$  为温度， $u(T)$  为能量密度，只和温度有关。利用热力学关系求  $u(T)$  的表达式。
2. 从统计力学可以推导出平衡态下平均光子数目为  $N = bVT^3$ ，其中  $b$  为常数。根据某些模型宇宙大爆炸380000 年后，宇宙温度降低到  $3000K$  以下。在此温度以下光子和物质脱耦合，宇宙的背景光子数基本保持不变。请证明这等价于光子气的熵保持不变，因此对于背景辐射来说，在这之后的宇宙膨胀可以等价于绝热膨胀。
3. 目前宇宙背景辐射温度大约为  $3 K$ ，估计从大爆炸 380000 年后到现在宇宙体积膨胀几倍？

四、考虑非简谐效应后，温度为  $T$  时一摩尔晶体的压强可近似为

$$p(T, V) = f(V) + T g(V),$$

其中  $f(V)$  和  $g(V)$  为两个只依赖于体积  $V$  的函数。假设晶体的等容热容服从 Dulong-Pettit 定律， $C_V \equiv 3R$ ， $R$  为理想气体常数。

1. 把  $g(V)$  用可观测量，例如热容、等压膨胀系数  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$  和等温压缩系数  $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$  等，表示出来。
2. 以温度和体积为自变量，写出晶体的内能  $U(T, V)$ 。
3. 体积、压强和温度分别从为  $V$ 、 $p$  和  $T$  的晶体受到剧烈冲击后体积变为  $V_s$ ，并且受冲击后内能  $U_s$  相对于冲击前的内能  $U$  的改变量满足如下 Hugoniot 条件

$$U_s - U = \frac{1}{2}(V_s - V)(p_s + p)。$$

请用  $V, p, T$  和  $V_s$  表示出受冲击后的压强  $p_s$ 。

五、 水具有很多和其它物质不同的性质。

1. 一个大气压附近水的密度为  $\rho_W$ ，冰的密度为  $\rho_I$ ，冰融化为水的潜热为  $L$ ，求压强从  $p$  变成  $p + \Delta p$  后，水的熔点分别改变多少？
2. 一般的液体凝固后密度变大，这会导致温度略低于熔点时，全部液体都会凝固变为固体。请解释这个现象。
3. 由于冰的密度低于水的密度，这样地球表面的温度略低于冰的熔点时，达到热力学平衡后，水并不会全部变成冰。请解释这种现象。
4. 已知重力加速度为  $g$ ，计算温度降低  $\Delta T$  后浮在水面上冰的厚度。