

# 2026 卢三电磁学 A 期中考试

地空学院 wang

2026 年 5 月 12 日

1. (30 分) 在  $t = 0$  时刻, 总电量  $Q$  均匀分布在一个半径为  $R$  的球形区域内, 该区域内共有  $N$  个相互独立的带电粒子 ( $N \gg 1$ ), 即每个带电粒子的电量为  $q = Q/N$ 。设初始时刻这些粒子处于静止状态。

- (1) 求初始时刻球内外的电场和电势分布 (6 分);
- (2) 求初始时刻该电荷系统的静电能 (6 分);
- (3) 由于这些粒子带同号电荷, 由于库仑力相互排斥, 粒子之间距离有序增加, 但始终保持对称分布。在  $t = 0$  时刻位于  $r_0$  处的粒子, 在  $t$  时刻位于  $r_s$  处 ( $r_s > r_0$ ), 求  $t$  时刻  $r_s$  处的电场强度 (6 分);
- (4) 求  $t = 0$  时刻位于  $r_0$  处的粒子从球内扩展到无穷远处时获得的动能, 并求出动能的最大值, 以及获得最大动能的那些粒子的初始位置 (6 分)。
- (5) 求所有粒子运动到无限远时的总动能 (6 分)。

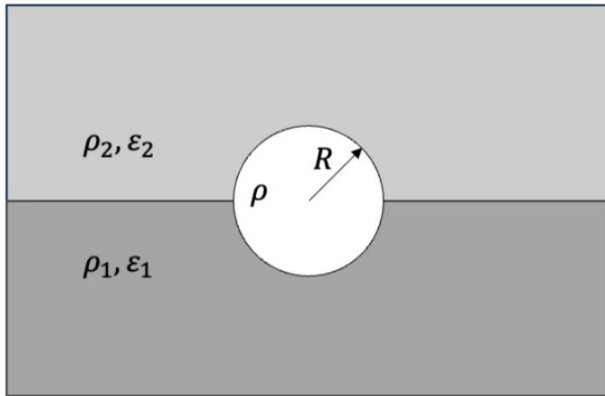
2. (25 分) 无限大平面被一条水平直线分为两部分, 有一半径为  $R$ 、密度为  $\rho$  的导体球, 球心过水平直线。在球外部, 水平直线下侧充满密度为  $\rho_1$ 、相对介电常数为  $\epsilon_{r1}$  的液体; 上侧充满密度为  $\rho_2$ 、相对介电常数为  $\epsilon_{r2}$  的液体。其中  $\rho_1 > 2\rho, \rho_2 < \rho, \epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$ 。求:

- (1) 当球所带电荷量  $Q$  为多少时球可以在该位置保持平衡 (15 分);
- (2) 上半球和下半球所带的自由电荷、极化电荷 (10 分)。

3. 空间中存在一沿  $z$  轴正方向的匀强电场  $\mathbf{E}_0 = E_0 \hat{\mathbf{e}}_z$ 。现将一个半径为  $R$ 、相对介电常数为  $\epsilon_r$  的均匀线性电介质球置于该电场中。设球心位于坐标原点, 且球外为真空中 ( $\epsilon_0$ )。已知退极化场为  $\mathbf{E}' = -\frac{1}{3\epsilon_0} \mathbf{P}$ , 请完成以下任务:

- (1) 已知球外电场可视为原匀强电场与球心处一个等效点偶极子的叠加场, 并求出该电介质球的总电偶极矩  $\mathbf{p}$  (6 分)。

- (2) 计算电介质球表面产生的极化电荷面密度  $\sigma'_e$  (4 分)。
- (3) 分别求出球内 ( $r < R$ ) 和球外 ( $r > R$ ) 各区域的电势  $\Phi(r, \theta)$  以及电场强度  $\mathbf{E}$  的解析表达式 (15 分)。



4. (20 分) 空间中有半径  $a$  的导体球；外面从半径  $a$  到半径  $b$  包裹着一层相对介电常数  $\epsilon_r$ ，电导率  $\sigma$  的漏电介质；再半径  $b$  外面整个空间都填充相对介电常数为 1，电导率为  $\sigma_0$  的介质。在初始状态下，让导体球带电  $Q_0$ 。

- (1) 求在漏电过程中任意时刻  $t$  任意半径  $r$  处，电场强度  $\mathbf{E}$  和传导电流密度  $\mathbf{j}$ 。
- (2) 计算整个漏电过程中产生的焦耳热。