

中国科学技术大学天文学系

2023-2024学年

第二学期考试试卷

A 卷       B 卷

课程名称: 恒星物理基础      课程编号: 022171.01

开课院系: 天文学系

— 考试形式: 闭卷

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_ 专 业: \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						

(以下为试卷正文)

一、(10分) 某氢主序星的外部某区域是一个薄球壳, 可视为一个热力学子系统. 球壳内温度  $T = 6500 \text{ K}$ , 氢原子的电离度为  $x = 0.5$ . 已知玻尔兹曼常量  $k = 1.381 \times 10^{-16} \text{ erg/K}$ , 氢原子的电离能为  $\chi = 13.6 \text{ eV}$ .  $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-12} \text{ erg}$ . (1) 请计算该球壳的绝热指数  $\gamma_a$  的数值? (2) 请判断该球壳的动力学稳定性如何?

二、(20分) 如果将太阳近似为一个直径为  $10^6 \text{ km}$ , 温度为  $6000 \text{ K}$  的黑体,

请计算它在波长3cm处，频率带宽为1MHz内辐射的微波射电功率是多少？

三、（30分）白矮星是由电子的简并压力支持着的致密星.作为一个简化模型，我们考虑一个由电子和完全电离的硅（ $\text{Si}^{28}$ ）离子组成的，密度均匀的理想气体球.令 $n_i$ 表示硅离子的数密度， $n_e = 14n_i$ 表示电子的数密度（硅的原子序数是14）.

（1）求单个简并电子的平均动能 $\overline{E}_e$ 和电子数密度 $n_e$ 之间的关系.设电子的数密度大到使电子为极端相对论的，即电子的静能和总能相比可以忽略.可能用到普朗克常量 $h = 6.626 \times 10^{-27} \text{erg} \cdot \text{s}$ ，真空中的光速 $c = 2.998 \times 10^{10} \text{cm/s}$ .

（2）如果白矮星内部气体的静质量密度为 $\rho = 10^9 \text{g/cm}^3$ ，求 $\overline{E}_e$ 的大小（用MeV表示）.并求白矮星内部单个硅离子的平均能量 $\overline{E}_i$ 的大小（用MeV表示）.设离子气体温度 $T = 10^8 \text{K}$ ，离子气体可以用麦克斯韦-玻尔兹曼统计来处理.进一步请验证 $\overline{E}_e \gg \overline{E}_i$ .

（3）如果 $M$ 为白矮星的质量， $R$ 为它的半径，其自引力势能为

$$U_G = \frac{3GM^2}{5R}.$$

在内能主要是极端相对论电子的运动动能的情况下，由位力定理有，气体的内能近似等于自引力势能.设电子的质量对白矮星质量的贡献可以忽略，请导出白矮星质量用一些基本物理常量描述的表达式？可能用到的常量：万有引力常量 $G = 6.672 \times 10^{-8} \text{dyn} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$ ，氢原子质量单位（质子的静质量） $m_p = 1.673 \times 10^{-24} \text{g}$ .请给出 $M$ 的具体数值，并和太阳质量做比较？已知 $M_\odot = 2 \times 10^{33} \text{g}$ .提示：由于忽略了气体球由中心向外的密度单调下降，该简化模型估算的白矮星质量比钱德拉极限要大一些.

四、（20分）某氢主序星的质量和半径与太阳类似， $M = 1.989 \times 10^{33} \text{g}$ ,

$R = 6.96 \times 10^{10} \text{cm}$ . 当前阶段, 该恒星刚好通过氢烧反应耗尽了内部的氢燃料, 经过引力收缩, 在核区处于电子气体的非相对论性量子简并态, 暂未触发氦烧. 已知电子的静质量为  $m_e = 9.11 \times 10^{-28} \text{g}$ .

(1) 请写出该恒星内核区电子气体满足的多方物态方程的具体形式? 比例系数和多方指数都要给出具体的数值.

(2) 下面是多方气体球模型用到的一些无量纲参数的表格:

$n$	$D_n$	$M_n$	$R_n$	$B_n$
1.0	3.290	3.14	3.14	0.233
1.5	5.991	2.71	3.65	0.206
2.0	11.40	2.41	4.35	0.185
2.5	23.41	2.19	5.36	0.170
3.0	54.18	2.02	6.90	0.157
3.5	152.9	1.89	9.54	0.145

请计算恒星中心点的密度  $\rho_c$  的大小?

(3) 请计算中心点气体的压强  $P_c$  的大小?

(4) 引入特征距离  $\alpha$  将径向距离  $r$  进行无量纲化, 即  $r = \alpha \xi$ , 请计算  $\alpha$  的大小?

五、(20分) 请利用多方气体球理论, 设法导出白矮星的质量上限 (钱德拉极限)  $M_{\text{Ch}}$  的表达式?