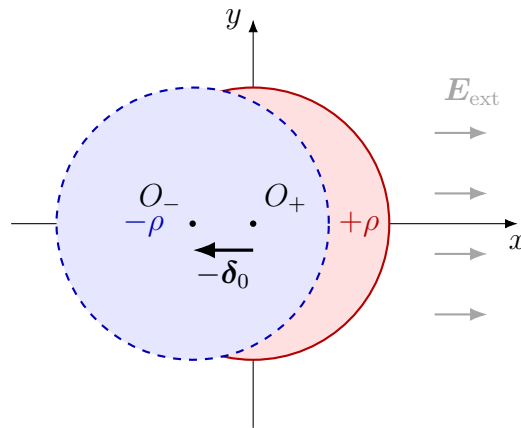


# 中国科学技术大学

## 2022-2023 学年第二学期电磁学 A 期中考试试卷

### 一、重叠带电球的运动与静电能

某电中性球体由均匀带正电的实心球核与均匀带负电的电子球（初始时二者完全重叠）构成。 $t = 0$  时刻，在外电场作用下，负电电子球整体发生位移（位移矢量为  $-\delta_0$ ），球体半径为  $R$ ，且满足  $\delta_0 \ll R$ ；已知负电电子球中电子数密度为  $n$ ，单个电子质量为  $m$ ，且正电实心球核始终保持静止。撤去外电场后，求解以下问题：

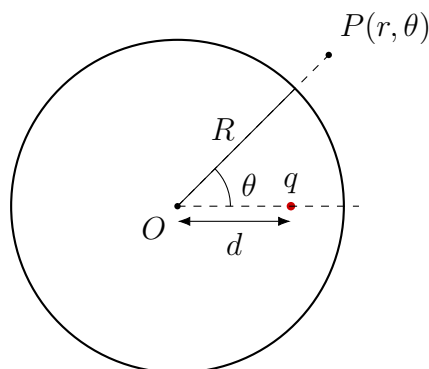


- (1) 求单个电子的位移随时间的变化规律  $\delta = \delta(t)$ ；
- (2) 求由位移  $\delta$  引起的全空间静电能；
- (3) 利用虚功原理求整个负电电子球所受的电场力，并推导其运动规律。

### 二、介质中的镜像法应用

#### (1) 不接地导体球壳的镜像法

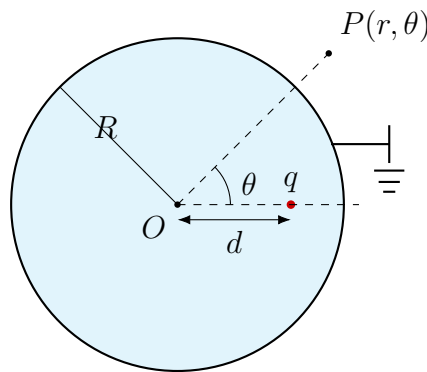
一半径为  $R$  的不接地导体球壳，在球壳内部距球心  $d$  处 ( $d < R$ ) 放置一点电荷  $q$ 。试求：



- (1.1) 球壳内、外区域的电势分布 (用球坐标  $r, \theta$  表示);
- (1.2) 球壳内、外区域的电场强度分布 (用球坐标  $r, \theta$  表示);
- (1.3) 导体球壳表面的面电荷密度分布。

**(2) 接地球壳填充介质的镜像法**

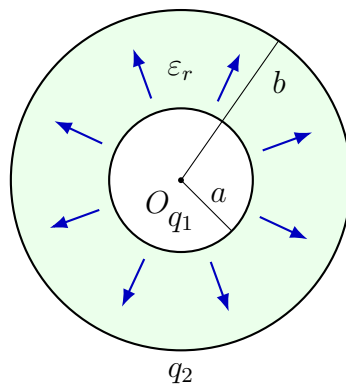
一半径为  $R$  的接地导体球壳, 球壳内部填充相对介电常数为  $\epsilon_r$  的均匀介质, 在球壳内部距球心  $d$  处 ( $d < R$ ) 放置一点电荷  $q$ 。试求:



- (2.1) 球壳内部的电势分布与电场强度分布;
- (2.2) 导体球壳表面的自由电荷面密度分布;
- (2.3) 导体球壳表面的极化电荷面密度分布。

**三、球形电容器的电容、储能与漏电特性**

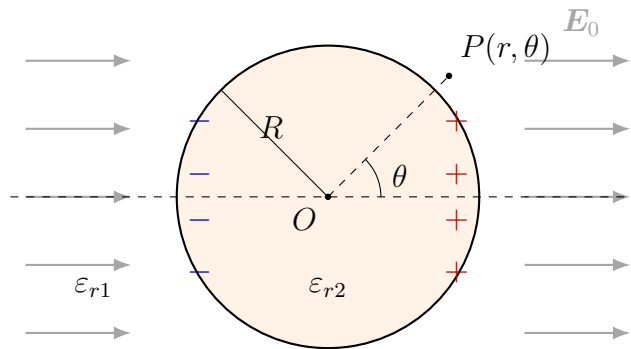
两个同心导体球壳, 内球壳的半径为  $a$ , 外球壳的半径为  $b$ , 两球壳间填充相对介电常数为  $\epsilon_r$  的均匀电介质; 初始时内球壳带电量为  $q_1$ , 外球壳带电量为  $q_2$ 。求解以下问题:



- (1) 求该球形电容器系统的电容;

- (2) 求该电容器系统的静电储能；
- (3) 若填充的电介质存在漏电现象（电导率为  $\sigma$ ，相对介电常数仍为  $\epsilon_r$ ），求内球壳带电量随时间的变化关系  $q_1 = q_1(t)$ ；
- (4) 求 (3) 中漏电过程中产生的总焦耳热。

#### 四、均匀电场中的介质球



- (1) 无限大均匀介质（相对介电常数为  $\epsilon_{r1}$ ）中存在初始均匀电场  $\mathbf{E}_0$ ，现将一半径为  $R$ 、相对介电常数为  $\epsilon_{r2}$  的均匀介质球置于该电场中，试求：全空间的电势分布与电场强度分布；介质球表面的极化电荷面密度分布。
- (2) 求上述介质球的等效电偶极矩  $\mathbf{p}$ 。
- (3) 分别讨论  $\epsilon_{r1} = 1$ （介质球置于真空中）和  $\epsilon_{r2} = 1$ （真空球置于介质中）两种情形下，球内、外电场强度的大小关系。
- (4) 若将 (1) 中介质球表面的极化电荷面密度固定，随后撤去外电场  $\mathbf{E}_0$ （此时  $\epsilon_{r1} = 1$ ，即介质球置于真空中），试求：全空间的电势分布与电场强度分布；球内、外的电位移矢量  $\mathbf{D}$ 。
- (5) 求 (4) 中系统的总静电能。
- (6) 在 (4) 的基础上 ( $\epsilon_{r1} = 1$ )，从介质球内部挖去一半径为  $r$  ( $r < R$ ) 的同心空心球（空心区域为真空），试求：全空间的电势分布与电场强度分布；该系统的总静电能。

---

试卷完